

Skrivne og trykte hjelpemiddel samt kalkulator er tillate.
Ta med **all mellomrekning** som trengst for å grunngje svaret.

Oppgåve 1..... (20%)

Me kastar ein balansert mynt tre gongar. Lat den stokastiske variabelen X vera talet på kron i dei tre kasta.

- (a) Kva er utfallsrommet til X ?
- (b) Kva er populasjonen for eksperimentet? (Fleire svar er moglege.)
- (c) Kva er sannsynsfordelinga til X ?
- (d) Rekn ut forventningsverdien for X .
- (e) Rekn ut populasjonsvariansen for X .
- (f) Kva er den kumulative sannsynsfordelinga for X ?
Vi gjentar eksperimentet fire gonger og får som resultat: 2; 1; 1; 3.
- (g) Rekn ut utvalsmiddelverdien.
- (h) Rekn ut utvalsvariansen.
- (i) Gje den empiriske sannsynsfordelinga for X basert på utvalet.
- (j) Gje den empiriske kumulative sannsynsfordelinga for X basert på utvalet.

Oppgåve 2..... (6%)

Bruk sannsynstabellane i boka og/eller vedlegga og finn fylgjande:

1. $P(Z < -2,0)$ der $Z \sim N(0,1)$ (standard normalfordeling)
2. $P(X < 6)$ der $X \sim B(15,0,1)$ (binomialfordeling)
3. Den kritiske verdien t slik at $P(T > t) = 0,025$ når T har Students t -fordeling med seks fridomsgradar.

Oppgåve 3..... (7%)

- (a) Ein stokastisk variabel X er binomialfordelt med $n = 1000$ forsøk og punktsannsyn $\pi = 0,2$. Kva er sannsynet $P(X \leq 190)$? Forklar korleis du kjem fram til svaret.
- (b) Du sender ei n -bits melding på ein binærsymmetrisk kanal med sannsyn p_e for feil i kvar bit. Lat X vera talet på bitfeil. Kva er sannsynsfordelingsfunksjonen til X ?

Oppgåve 4..... (16%)

Du har kjøpt eit program for andletsgjenkjenning. Leverandøren hevdar at sannsynet for feil gjenkjenning er høgst 0,5%. Denne påstanden er ein hypotese som du ynskjer å testa.

- (a) Set opp nullhypotesen og alternativ hypotese.
- (b) Du testar programmet på 2400 bilete og får feil 20 gongar. Rekn ut ein p -verdi for testen.
- (c) Med p -verdien over, kan du forkasta nullhypotesen med 5% signifikansnivå?
- (d) Tenk deg at du berre hev $n = 19$ bilete å testa på. Kva er den kritiske verdien for å forkasta nullhypotesen med 5% signifikansnivå?

Oppgåve 5..... (6%)

To stokastiske variablar X og Y har varians hhv. σ_X^2 og σ_Y^2 , og forventingsverdi μ_X og μ_Y . Bruk desse storleikane for å uttrykkadisse størrelsene for å uttrykke

- (a) $E(X - Y)$
- (b) $\text{var}(X - Y)$

Oppgåve 6..... (12%)

I mange formar for simulering, vert landskapet modellert som eit rutenett eller raster (*grid*). Ein spesiell situasjon oppstår ved yttergrensa i landskapet. Dette kan ein handtera på ulike måtar. Forklar kort (gjerne supplert med ei teikning) kva me meiner med kvar av dei fylgjande tre randvilkåra:

- (a) periodisk
- (b) absorberende
- (c) reflekterende

Kva slags randvilkår er best i fylgjande simuleringar? Forklar svaret.

- (d) Molekylær simulering av ei stor mengd vatn.
- (e) Simulering av korleis fisk sym i eit akvarium.

Oppgåve 7..... (20%)

Sjå for deg ein agentbasert modell for eit økosystem med rev og kanin (rov- og byttedyr), der agentane flytter seg over eit rutenett eller raster (*grid*), og ein *enkel* simulatorimplementasjon av denne modellen.

1. Teikn ei skisse til klassediagram for ein *enkel* simulator.
2. Forklar kort funksjon og formål for kvar av klassene.
3. Forklar kort kva me meiner med ein *agent*. Illustrer forklaringa med eit døme.
4. Kva klasser i klassediagrammet ditt er agentar?
5. Kva eigenskapar (tilstand og oppførsel) er felles for alle agentane i systemet?
6. Gje to døme på at ulike agenttypar i modellen din har (eller kan ha) ulike eigenskapar.

Oppgåve 8..... (13%)

Fylgjande reaksjonar vert simulerte med Gillespie-algoritmen:

reaksjon 1 $A + B \rightarrow C$ med rate $10 \times N_A \times N_B$ per sekund, og

reaksjon 2 $C \rightarrow A + B$ med rate $100 \times N_C$ per sekund.

Her er N_A , N_B og N_C tal på partiklar av hhv. type A, B og C i systemet. Me byrjar simuleringa med 500 partiklar av kvar type (A, B og C). Dvs. $N_A = N_B = N_C = 500$ i starten av simuleringa.

- (a) Rekn ut ratane for reaksjon 1 og 2 ved starten av simuleringa.
- (b) Kva er sannsynet for at den fyrste reaksjonen som skjer er reaksjon 1?
- (c) Kva er det minimale og maksimale talet på partiklar som kan vera til stades i dette systemet?

Systemet er i likevekt når ratane til reaksjon 1 og 2 er like store.

- (d) For kva partikkeltal er systemet i likevekt?