

Skrevne og trykte hjelpemidler samt kalkulator er tillatt.
Ta med **all mellomregning** som er nødvendig for å grunngi svaret.

Oppgave 1..... (20%)

La den stokastiske variabelen X være antallet ganger kron i tre kast med en mynt.

- (a) Hva er utfallsrommet til X ?
- (b) Hva er populasjonen for eksperimentet? (Flere svar er mulig.)
- (c) Hva er sannsynlighetsfordelingen til X ?
- (d) Regn ut forventningsverdien for X .
- (e) Regn ut populasjonsvariansen for X .
- (f) Gi den kumulative sannsynlighetsfordelingen for X .
Vi gjentar eksperimentet fire ganger og får som resultat: 2; 1; 1; 3.
- (g) Regn ut utvalsmiddelverdien.
- (h) Regn ut utvalgsvariansen.
- (i) Gi den empiriske sannsynlighetsfordelingen for X basert på utvalget.
- (j) Gi den empiriske kumulative sannsynlighetsfordelingen for X basert på utvalget.

Oppgave 2..... (6%)

Bruk sannsynlighetstabellene i boken og/eller vedleggene og finn følgende:

1. $P(Z < -2,0)$ der $Z \sim N(0, 1)$ (standard normalfordeling)
2. $P(X < 6)$ der $X \sim B(15, 0,1)$ (binomialfordeling)
3. Den kritiske verdien t slik at $P(T > t) = 0,025$ når T har Students t -fordeling med seks frihetsgrader.

Oppgave 3..... (7%)

- (a) En stokastisk variabel X er binomialfordelt med $n = 1000$ forsøk og punktsannsynlighet $\pi = 0,2$. Hva er sannsynligheten $P(X \leq 190)$? Forklar hvordan du kommer frem til svaret.
- (b) Du sender en n -bits melding på en binærsymmetrisk kanal med sannsynlighet p_e for feil i hver bit. La X være antall bitfeil. Hva er sannsynlighetsfordelingsfunksjonen til X ?

Oppgave 4..... (16%)

Du har kjøpt et program for ansiktsgjenkjenning. Leverandøren hevder at sannsynligheten for feil gjenkjenning er høyst 0,5%. Denne påstanden er en hypotese som du ønsker å teste.

- (a) Sett opp nullhypotesen og alternativ hypotese.
- (b) Du testar programmet på 2400 bilder og får feil 20 gonger. Regn ut en p -verdi for testen.
- (c) Med p -verdien over, kan du forkasta nullhypotesen med 5% signifikansnivå?
- (d) Tenk deg at du bare har $n = 19$ bilder å teste på. Hva er den kritiske verdien for å forkaste nullhypotesen med 5% signifikansnivå?

Oppgave 5..... (6%)

To stokastiske variable X og Y har varians hhv. σ_X^2 og σ_Y^2 , og forventningsverdi μ_X og μ_Y . Bruk

- (a) $E(X - Y)$
- (b) $\text{var}(X - Y)$

Oppgave 6..... (12%)

I mange former for simulering, blir landskapet modellert som et rutenett eller raster (*grid*). En spesiell situasjon oppstår ved yttergrensen i landskapet. Dette kan man håndtere på forskjellige måter. Forklar kort (gjerne supplert med en tegning) hva vi mener med hver av de følgende tre randbetingelser:

- (a) periodisk
- (b) absorberende
- (c) reflekterende

Hva slags randbetingelser er best i de følgende simuleringene? Forklar svaret.

- (d) Molekylær simulering av en stor mengde vann.
- (e) Simulering av svømmeoppførsel av fisk i et akvarium.

Oppgave 7..... (20%)

Se for deg en agentbasert modell for et økosystem med rev og kanin (rov- og byttedyr), hvor agentene beveger seg over et rutenett eller raster (*grid*), og en *enkel* simulatorimplementasjon av denne modellen.

1. Tegn en skisse til klassediagram for en *enkel* simulator.
2. Forklar kort funksjon og formål for hver av klassene.
3. Forklar kort hva vi mener med en *agent*. Illustrer forklaringen med et eksempel.
4. Hvilke klasser i klassediagrammet ditt er agenter?
5. Hvilke egenskaper (tilstand og oppførsel) er felles for alle agentene i systemet?
6. Gi to eksempler på at ulike agenttyper i modellen din har (eller kan ha) forskjellige egenskaper.

Oppgave 8..... (13%)

De følgende reaksjonene simuleres med Gillespie-algoritmen:

reaksjon 1 $A + B \rightarrow C$ med rate $10 \times N_A \times N_B$ per sekund, og

reaksjon 2 $C \rightarrow A + B$ med rate $100 \times N_C$ per sekund.

Her er N_A , N_B og N_C antallene partikler av hhv. type A, B og C i systemet. Vi begynner simuleringen med 500 partikler av hver type (A, B og C). Dvs. $N_A = N_B = N_C = 500$ i begynnelsen av simuleringen.

- (a) Regn ut ratene for reaksjon 1 og 2 ved starten av simuleringen.
- (b) Hva er sannsynligheten for at den første reaksjonen som skjer er reaksjon 1?
- (c) Hva er det minimale og maksimale antallet partikler som kan være til stede i dette systemet?

Systemet er i likevekt når ratene til reaksjon 1 og 2 er like store.

- (d) For hvilke antall partikler er systemet i likevekt?